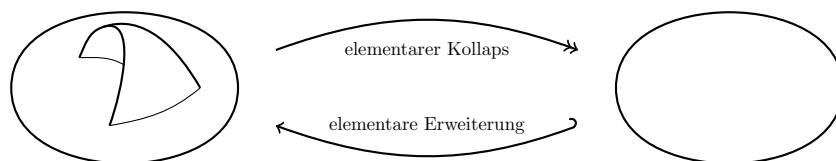


Seminar “Einfache Homotopietheorie”

Achim Krause, Thomas Nikolaus

In diesem Seminar wollen wir den Begriff der *einfachen Homotopieäquivalenz* zwischen topologischen Räumen lernen und sehen wie man ihn algebraisch charakterisieren kann.

Eine Homotopieäquivalenz $f : X \rightarrow Y$ heisst *einfach*, wenn Sie durch iteriertes Anwenden von “elementaren Kollapsen” und “elementaren Erweiterungen” gegeben ist:



Für eine Homotopieäquivalenz f definiert Whitehead eine Gruppe $\text{Wh}(\pi_1 X)$ und ein Element $\tau(f) \in \text{Wh}(\pi_1 X)$. Das Hauptresultat ist, dass $\tau(f)$ genau dann verschwindet, wenn f eine einfache Homotopieäquivalenz ist!

Eine spektakuläre Anwendung, die wir besprechen wollen, ist die Klassifikation von Linsenräumen (gewisse 3-dimensionale Mannigfaltigkeiten) bis auf Homöomorphie. Eines der wichtigsten technischen Hilfsmittel ist *algebraische K-Theorie*, die auch anderweitig extrem wichtig und nützlich ist (was zum Beispiel Thema einer Bachelorarbeit werden könnte).

Im Seminar folgen wir dem Buch [1]. Dieses Seminar richtet sich an Studierende, die die Grundlagen der Topologie beherrschen. Gerne können Sie sich per Mail an uns wenden, wenn Sie nicht sicher sind, wir freuen uns über jeden Interessenten. Die Vergabe der Vorträge findet in der **Vorbesprechung am 11.02. um 11:00 in Raum SR5** statt. Gerne können Sie sich auch per Mail an uns wenden.

Liste der Vorträge:

Das geplante Format für die Treffen ist jeweils eine 10-minütige Rekapitulation des vorhergehenden Vortrags durch einen der Organisatoren, gefolgt von einem 60-minütigen Vortrag durch einen der Teilnehmer, mit Zeit für Diskussionen und Fragen im Anschluss. Geben Sie bitte 10 Tage vor dem Termin Ihres Vortrags eine grobe (handschriftliche) Ausarbeitung ab.

Die Vorträge folgen dem Buch [1] und wir geben die Kapitel an, die abgedeckt werden sollen. Versuchen Sie bitte, die Begriffe (wie z.B. CW-Komplexe) wie in der Topologie-Vorlesung gelernt zu verwenden – das Buch benutzt eine etwas ältere Sprache und Begriffsbildung.

1. **Einleitung.** Chapter I (§1, §2 und §3)
2. **Ein geometrischer Zugang zur Homotopietheorie I.** Kapitel §4 und §5
3. **Ein geometrischer Zugang zur Homotopietheorie II.** Kapitel §6 und §7
4. **Ein geometrischer Zugang zur Homotopietheorie III.** Kapitel §8
5. **Die Whitehead-Gruppe I.** (Westerhoff) Kapitel §9 und §10
6. **Die Whitehead-Gruppe II.** (Riedel) Kapitel §11 und §12
7. **Milnors Definition der Torsion I.** (Bröring) Kapitel §13, §14 und §15
8. **Milnors Definition der Torsion II.** (Walendzik) Kapitel §16, §17 und §18
9. **Whitehead-Torsion von CW Komplexen I.** (Fiedler) Kapitel §19 und §20
10. **Whitehead-Torsion von CW Komplexen II.** (Bals) Kapitel §21, §22 und §23
11. **Whitehead-Torsion von CW Komplexen III.** (Janssen) Kapitel §24 und §25
12. **Linsenräume I.** Kapitel §26, §27, §28 und §29.1-§29.3
13. **Linsenräume II.** Kapitel §29.4 - §29.6, §30 und §31

Abschliessend möchten wir darauf hinweisen, dass bei einigen der Vorträge die angegebenen Buchkapitel recht umfangreich sind. Hierbei ist es wichtig sich auf das Wesentliche zu beschränken und eventuell manche Beweise/Exkurse/unwichtige Stellen zu kürzen oder wegzulassen. Falls es Unklarheiten gibt, was ausgelassen werden darf, bitten wir Sie diesbezüglich kurz Rücksprache zu halten.

Literatur

- [1] M. Cohen. *A Course in Simple-Homotopy Theory*. Vol. 10. Springer Science & Business Media, 2012.